

相互正交的声场、电场和磁场作用于生物组织的耦合方程

刘 军, 李 光, 陈裕泉

(浙江大学 国家生物医学工程专业实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 一种基于声场、电场和磁场相互正交耦合作用的新方法为生物电流检测和医学功能成像提供了新的思路。本文从原理上对这种方法的本质机理加以阐述,指出在各种场间主要是通过洛仑兹力作用而发生能量耦合,耦合所产生的声或电的信号中包含有组织的电特性信息,由此信息可对组织进行电生理检测和成像。文中从连续介质力学的基本方程出发,在分别把生物组织视为弹性固体和流体情况下,归纳和推导了在音频段和超声频段相互正交的声场、电场和磁场间耦合方程。这些方程是进行生物电流检测和组织功能成像的理论基础。

关键词: 生物电流检测; 生物组织功能成像; 洛仑兹力; 耦合方程

中图分类号: R312 文献标识码: A 文章编号: 1005-202X(2003)04-0284-03

生物组织中主要是由于带电离子迁移而发生电活动,离子电流不但是肌肉收缩和神经冲动等生理活动的物理反映,而且也是所流经生物组织的电导率等电特性的反映。由此便有两种相应的诊断疾病的方法产生:一是通过测量和收集生物组织中的自身生物电流信息来诊断疾病;二是对生物组织施加外激励后,应用直接的或间接的方式来测量能够反映组织电特性的离子电流,然后采用成像技术对组织进行功能成像。前者如 B.C. Towe^[1,2,4]等提出的生物电流检测方法,属于后者的如 H.Wen 等^[3]的生物组织电特性能成像方法。

描述电场和磁场相互作用的麦克斯韦方程表明导体在磁场中运动或是通有电流时都会受到洛仑兹力的作用,进而发生一些机电耦合效应。一些研究证明了生物导体在电场和磁场相互作用下的物理效应也完全符合这个规律。具体说来,当对人体等生物组织中的局部区域施加交变电场时,就能使各种带电离子在电场的作用下发生运动,再加上与电场方向正交的磁场后,带电离子便会受到洛仑兹力作用而发生与交变电场同频的机械振动,最终引起声响应信号。反之,如果组织中存在有局部机械振动(例如由声传播引起的机械振动),在外加与振动传播方向正交的磁场后,电荷也会由于洛仑兹力作用而产生与机械振动同频的交变电流。显然,这些在生物体中的电磁效应本质上是在磁场作用下的机电相互耦合作用的结果,也是上述生物电流检测和组织电特性能成像的物理本质。

无粘性流体、牛顿粘性流体和理想弹性固体这三个简单的理想化的应力-应变关系很好地描述了生物组织的力学特性。因此可从连续介质的力学基本方程出发结合声学特性和电磁理论来归纳推导不同频率应用下的声场、电场和磁场间的相互耦合方程。

1 力学基本方程

根据连续介质力学^[5]的原理,在一个惯性参考系中,由动量

守恒方程、质量守恒的连续方程和力学特性的本构方程可得到弹性固体的纳维方程,其矢量形式如下:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = G \nabla^2 \vec{u} + \frac{G}{1-2\nu} \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \vec{F} \quad (1)$$

其中, $\vec{u}=u(x_1, x_2, x_3, t)$ 是位移场, \vec{F} 为单位体积力, ρ 是固体密度, G 是剪切模量, ν 为泊松比。

如果把固体换为不可压缩的牛顿粘性流体,则可得到相应的纳维-斯托克斯方程:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla \vec{p} + \vec{F} + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (2)$$

其中, \vec{v} 是流体速度, μ 是粘度, \vec{p} 为压力。

2 正交电场和磁场与声场耦合声场方程的建立

我们可把要研究的生物组织分别视为弹性固体导体,或是牛顿粘性流体导体。

2.1 生物组织导体在正交电场和磁场中的受力分析

当生物组织导体处在相互正交的电场和磁场中时,电场、磁场和机械运动之间会发生耦合作用。其中受到的电磁力是电场和磁场对带电离子作用的电场力和洛仑兹力,即:

$$\vec{F}_m = \rho_e \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (3)$$

其中, \vec{E} 是电场强度矢量, \vec{B} 是磁感应强度, ρ_e 包括自由电荷密度和极化电荷密度, \vec{J} 包括自由电流密度、极化位移电流密度和安培电流密度。这里需要说明的是,由于在生物组织存在着不能忽视的生物磁场,总的磁场作用应包括内部的生物磁场和外加的磁场,所以不使用麦克斯韦应力张量来表示电磁力,而直接用上述的显式形式。

对于体积不可压缩的生物导体,其中的微粒运动可引起体积变化,从而产生压力 \vec{p} 。但是,对于微粒微观运动,所受到的重力相对于其它力来说很小,可以忽略不记。所以,对于处在正交电场和磁场中生物导体来说,主要考虑考虑其受到的电磁力和压力。

2.2 不同频率下的正交电场和磁场与声场耦合方程

当电场和磁场都是静态、准静态或低频状况时,生物组织内的局部运动不够显著,通常只考虑整体运动,表现为在宏观

收稿日期:2002-08-30

作者简介:刘军(1974-),男,河南南阳人,浙江大学博士研究生,从事医学物理研究。

力的作用下生物导体整体发生移动或翻转,因而无法产生反映生物组织内部特性的声波。随着电场或是磁场作用频率的增加,耦合得到的微粒机械波动的波长开始变短,于是导体内的局部运动开始显著,发生局部微粒同频机械振动的现象。

由于在音频范围内和在超声频范围内引起微粒机械振动的波长差别很大,因此在推导耦合方程时就需要不同的处理方法。

2.2.1 音频范围内电场、磁场和声场的耦合作用

当电场、磁场或是声场工作在音频段时,如上所述,生物组织可发生电场或磁场与声场相互耦合的电磁效应,进一步的,由此效应来获得生物组织内部的局部特性。

生物组织在此音频范围内受到了如式(3)的电磁力 \vec{F}_m ,当结合生物电流检测和组织成像的工作原理,还可以对此电磁力做进一步的简化。具体说来,当声波在组织内部传播时引起带电粒子的机械运动,此时,如果组织外加有与声波传播方向正交的磁场,则带电离子将会受到洛仑兹力的作用而发生振动。这些带电粒子的振动不均匀将会在组织的表面产生正交于磁场和声路径的电场。反之,如果外加相互正交的交变磁场或是交变电场,会使带电离子受到洛仑兹力而发生同频的交变运动,这种交变运动可作为声源。

由此可以看到,在此种情况下引起声场与电场或是磁场发生耦合的的电磁力是洛仑兹力。即:

$$\vec{F}_m = \vec{J} \times \vec{B} \tag{4}$$

这里,可把生物组织视为一个无边界的弹性导电组织,并且具有同质均匀和各向同性的声特性。如果组织内部受到的应力足够小,就能够应用线弹性理论来进行建模,于是由方程(1)得出相应的耦合方程为:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = G \nabla^2 \vec{u} + \frac{G}{1-2\nu} \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \vec{J} \times \vec{B} \tag{5}$$

更进一步地,假设导体组织是不可压缩的,也即: $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ 和 $\nu = 1/2$,则方程(5)中右边的第二项可由 $-\nabla p$ 代替。这里,当 ν 约等于 $1/2$ 时,可得到

$$\vec{p} = -\frac{G}{1-2\nu} (\nabla \cdot \vec{u})$$

另外,当加在组织上的激励的频率不是很高,使得声波的波长远大于组织的长度时,可把组织看作是处于准声静态状态中。这就是说方程(5)中左边项 $\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0$ 。于是,方程(5)可改写为:

$$G \nabla^2 \vec{u} - \nabla p + \vec{J} \times \vec{B} \tag{6}$$

对方程两边取散度得到:

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot (\vec{J} \times \vec{B})$$

运用矢量运算的法则有:

$$\nabla \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) = (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{J} - (\nabla \times \vec{J}) \cdot \vec{B}$$

假设产生外加磁场的电流在组织之外,则在组织内 $\nabla \times \vec{B} = 0$,最终得到:

$$\nabla^2 p = -(\nabla \times \vec{J}) \cdot \vec{B} \tag{7}$$

表明组织内的压力场遵从泊松方程。如果方程(6)两边取旋度可得到:

$$\nabla^2 (\nabla \times \vec{u}) = \nabla \times (\vec{J} \times \vec{B})$$

运用矢量运算得:

$$\nabla \times (\vec{J} \times \vec{B}) = (\nabla \cdot \vec{B}) \vec{J} - (\nabla \cdot \vec{J}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{J} - (\vec{J} \cdot \nabla) \vec{B}$$

我们知道 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 对于任何电磁场都成立,而对于准静态场来说, $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ 。如此则有:

$$\nabla^2 (\nabla \times \vec{u}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{J} - (\vec{J} \cdot \nabla) \vec{B} \tag{8}$$

式中得旋转矢量 $\nabla \times \vec{u}$ 代表了组织内得剪切应变。

上述得讨论我们是基于线弹性固体理论,但在实际中,把组织看作为流体的情况更多。所以,更有必要从流体的角度来对生物组织电磁场和声场之间的相互作用加以讨论。

于是,从方程(2)可得到:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} + \mu \nabla^2 \vec{v} \tag{9}$$

当假设生物组织为不可压缩的理想流体时, $\vec{v} \cdot \nabla$ 和 $\mu = 0$,通过对方程两边取散度,并假设所有产生磁场的电流都在生物组织外部,则可得到形如式(7)的泊松方程形式。

不过,在通常情况下生物组织只能视为粘稠流体,这样就必须包含方程(9)中的非线性项。因此,依此方程所求的解与线弹性固体模型建立的方程所求的解有所不同。

我们的分析基于生物组织是无边界媒质的假设,但是在实际中,位移场和压力场受到边界的影响非常严重,所以文献报道[2]中采用了偶极子模型作为声源和电磁场源的物理模型。

2.2.2 超声频范围内电场、磁场和声场的耦合作用

在超声频段,由于激励的频率较高,声场波长较短,因此无法近似为准静态场。因此,使用线弹性固体理论的纳维方程时,方程左边的 $\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \neq 0$,即得到与方程(5)类似的方程:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = G \nabla^2 \vec{u} - \nabla p + \vec{J} \times \vec{B}$$

两边取散度后,略去高阶项得到:

$$\rho \nabla \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = -\nabla^2 p + \nabla \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) \tag{10}$$

另外,考虑理想弹性媒质绝热时的物态方程和质量守恒的连续性方程可以写为:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{和} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$$

由这两个方程可得到:

$$\rho \nabla \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

代入(10)式并对方程右边的电磁力部分进行如前的矢量运算和假设最终可得到如下方程:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -(\nabla \times \vec{J}) \cdot \vec{B} \tag{11}$$

同样,如果采用牛顿粘性流体理论的纳维-斯托克斯方程也可以推得与方程(11)相类似的方程形式,但含有由粘度非线性项。在通常情况下,假设生物组织为理想流体媒质,则所推得方程形式最终和方程(11)一样,具体的推导过程不再赘述。

3 讨论

从上述理论公式中可看到,不论是处在音频段还是超声频段,激励源的形式都可简化归为同一形式: $-(\nabla \times \vec{J}) \cdot \vec{B}$ 。这表明如果电流密度 J 垂直于某一具有非连续电导率的界面,则在此界面上电流密度 J 引起的电场为零,等同于静态电场,所以 $-\nabla \times \vec{J}=0$ 。但是,如果存在平行于非连续电导率界面的电流密度 J 分量,则 J 有非零的旋度,激励源也就不为零。这也是正交电场和磁场与声场耦合的本质因素。此外,各向异性的生物组织也能使电流密度 J 的旋度非零,所以各向异性也是发生耦合的因素之一。

4 结束语

本文从原理上总结和推导了基于相互正交的声场、电场和磁场间的洛仑兹力作用而发生声和电磁间的耦合作用的理论方程。应当指出,上述方程的物理模型背景是分别把生物组织看作弹性固体或流体,尽管有些是在理想状况下的方程,但在实际应用中已经能够较好的模拟大多数实物。不过,有些生

物组织更接近多孔介质固液二相的物理模型,如骨,脑组织,因此,对于此类组织也许应用多孔介质力学理论将会更加有效,但其复杂度也相应大幅度提高,还处于探索阶段。

参考文献:

[1] B. Towe, et al., A Magneto-Acoustic Method for the Noninvasive Measurement of Bioelectric Current[J]. IEEE Trans BME, 1988,35 (1)0:892-894.
 [2] M. Islam, et al., Bioelectric Current Image Reconstruction from Magneto-Acoustic Measurements[J]. IEEE Trans Medical Imaging, 1988,7(4):386-390.
 [3] H. Wen, et al., An Imaging method Using the Interaction between Ultrasound and Magnetic Field[C]. 1997 IEEE Ultrasonics Symposium, 1997, 1407-1410.
 [4] B.Towe, Investigation of a Lorentz Force Biomagnetometer[J]. IEEE Trans BME. 1997, 44(6):455-461.
 [5] 匡震邦. 非线性连续介质力学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1989.28.

Coupling equation of orthogonal sound field, electric field and magnetic field in biological tissue

LIU Jun, LI Guang, CHEN Yu-quan

(Dept of Biomedical Engineering, Biosensors National Special Lab, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A novel method based on the coupling effect of orthogonal sound field, electric field and magnetic field is used for the bioelectric currents detecting and the function imaging of tissue. This paper expatiates the novel method's theory that the Lorentz forces induce the coupling effect in different field. The coupling effect produces the sound or electrical signals included electrical characteristic information of the biological tissue. According to the basic equation of continuum medium mechanics, this paper concludes the coupling equation of orthogonal sound field, electric field and magnetic field in sonic frequency and ultrasonic frequency. These equations are the base of the bioelectric currents detecting and the function imaging of tissue.

Key words: bioelectric detecting; tissue function imaging; lorntz force; coupling equation

(上接第 281 页)

The design of a painful feeling monitor

WU Ming-hai, SUN Xiao-ming, LIU Feng-qin, GUAN Jing-hua

(School of Physics, Shandong University, Jinan 250012, China)

Abstract: After clinical surgical operating, subjective painful feeling is one of the reference standard for medical worker judging the level of recovery degree. This paper introduces the principle and design of a painful feeling monitor.

Key words: pain; monitor